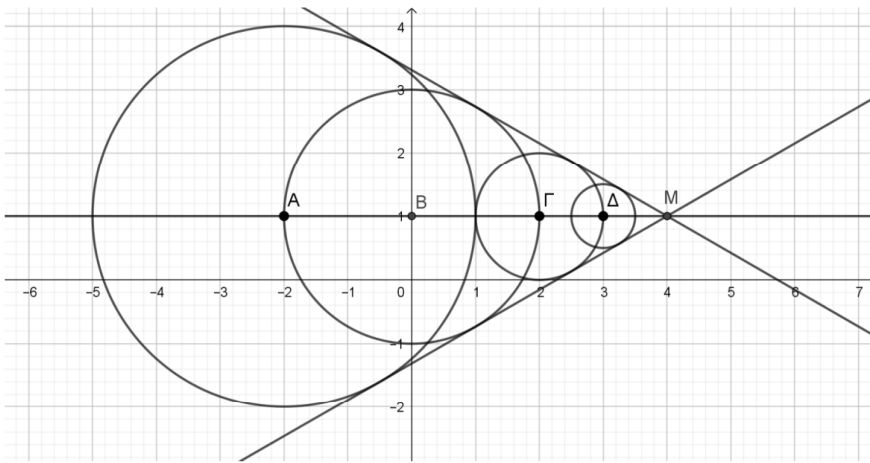


ΝΕΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024

267 Θέμα 4 – 18745

Επιστήμονες προκειμένου να μελετήσουν υδρόβιο έντομο κατέγραψαν στιγμιότυπα από τους κύκλους με κέντρα τα σημεία A, B, Γ, Δ και ακτίνες $3, 2, 1, \frac{1}{2}$ αντίστοιχα, που σχηματίζονται σε κάθε προσγείωση του στο νερό. Η εικόνα από τις εναέριες λήψεις αποτυπώθηκαν σε σύστημα αξόνων όπως φαίνεται στο σχήμα. Το έντομο κινούμενο ευθύγραμμο περνάει από τα σημεία A, B, Γ, Δ για να καταγραφεί την στιγμή που καταλήγει στο σημείο M .



α) Να βρείτε την εξίσωση της πορείας του εντόμου.

(Μονάδες 4)

β)

i. Να δείξετε ότι η ευθεία $(\varepsilon_1): y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-4\sqrt{3}}{3}$ είναι κοινή εφαπτόμενη των τεσσάρων κύκλων.

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε την εξίσωση της άλλης κοινής εφαπτομένης.

(Μονάδες 10)

γ) Με βάση το μοτίβο που ακολουθούν οι κινήσεις του εντόμου να βρείτε ότι η τελική θέση του εντόμου είναι το σημείο $M(4, 1)$.

(Μονάδες 4)

Δίνεται ότι $\varepsilon\varphi 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

268 Θέμα 4 – 18741

Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = \alpha \cdot x$ η οποία διέρχεται από το σημείο $M(16, \alpha + 4)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 4$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε την εστία E και τη διευθετούσα δ της παραβολής.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε_1 της παραβολής C η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon_2: -x + 2y + 4 = 0$.

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε την εξίσωση κύκλου C_1 με κέντρο την κορυφή της παραβολής C ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία ε_1 του ερωτήματος γ).

(Μονάδες 6)