

ΝΕΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024

174 Θέμα 2 – 14627

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με πλευρές  $AB=3\sqrt{2}$  και  $AD=3$ . Αν ΑΕ και ΓΖ είναι ύψη των τριγώνων ΑΒΔ και ΓΒΔ αντιστοίχως, τότε

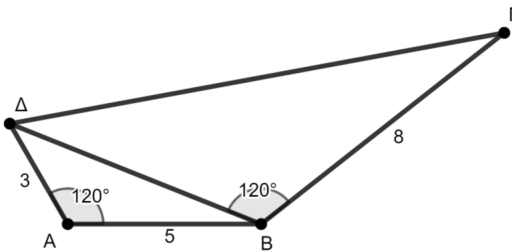
α) Να υπολογίσετε την διαγώνιο ΒΔ του ορθογωνίου. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι  $ΔΕ = ΖΒ = \sqrt{3}$ . (Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι  $ΖΕ=ΔΕ=ΖΒ$  (Μονάδες 7)

175 Θέμα 2 – 29784

Στο τετράπλευρο του παρακάτω σχήματος έχουμε για τις πλευρές  $AB=5$ ,  $ΒΓ=8$ ,  $AD=3$  και για τις γωνίες  $\widehat{ΔΑΒ} = 120^\circ$  όπως και  $\widehat{ΔΒΓ} = 120^\circ$ .



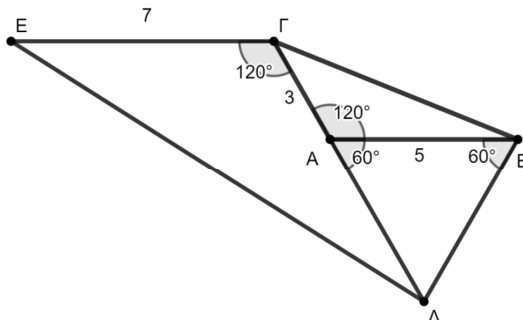
α) Να δείξετε ότι το μήκος της ΒΔ είναι 7 μονάδες . (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της ΓΔ. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΓΒΔ. (Μονάδες 9)

176 Θέμα 2 – 29786

Στο σχήμα που ακολουθεί δίνονται  $AB=5$  ,  $ΑΓ=3$  και  $\widehat{ΒΑΓ} = 120^\circ = \widehat{ΕΓΔ}$  καθώς και  $\widehat{ΒΑΔ} = 60^\circ = \widehat{ΑΒΔ}$ .

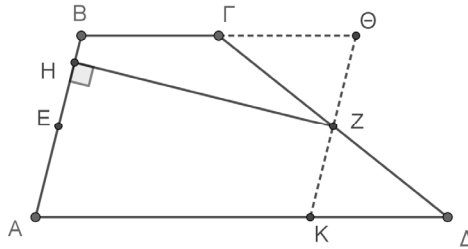


- α) Να υπολογίσετε το μήκος της ΒΓ. (Μονάδες 7)
- β) Να υπολογίσετε το μήκος της ΑΔ. (Μονάδες 4)
- γ) Να υπολογίσετε το μήκος της ΔΕ. (Μονάδες 7)
- δ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΒΓΕΔ. (Μονάδες 7)

### 177 Θέμα 4 – 16815

Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ με  $BΓ \parallel AΔ$ . Από το μέσο Ζ της ΓΔ φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την ΑΔ στο Κ και την προέκταση της ΒΓ στο Θ. Επίσης φέρνουμε  $ZH \perp AB$ .

- α) Να δείξετε ότι  $(ABΓΔ) = (ABΘΚ)$  (Μονάδες 6)
- β) Να δείξετε ότι  $(ABΓΔ) = AB \cdot HZ$  (Μονάδες 5)
- γ) Αν  $υ$  είναι το ύψος του τραpezίου ΑΒΓΔ, να δείξετε ότι:  $υ = \frac{2 \cdot AB \cdot HZ}{AΔ + BΓ}$  (Μονάδες 5)
- δ) Αν Ε είναι το μέσο του ΑΒ να δείξετε ότι  $(AEK) = \frac{1}{4} (ABΓΔ)$  (Μονάδες 9)



### 178 Θέμα 4 – 18555

Σε τετράγωνο πλευράς  $a$  παίρνουμε σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε  $BΣ = AB$ .

- α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του  $a$ :
- Το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.
  - Την περίμετρο του τριγώνου ΣΔΓ.

(Μονάδες 10)

β) Στην τάξη του Βρασίδα η καθηγήτρια των Μαθηματικών απέδειξε ότι αν το σημείο Σ' βρίσκεται στην προέκταση του ΑΒ προς το Β και κινείται απομακρυνόμενο από το σημείο Β, τότε οι πλευρές Σ'Γ και Σ'Δ μεγαλώνουν. Οπότε, αν το Σ' είναι δεξιότερα από το Σ, θα ισχύει ότι  $Σ'Γ > ΣΓ$  και  $Σ'Δ > ΣΔ$ .

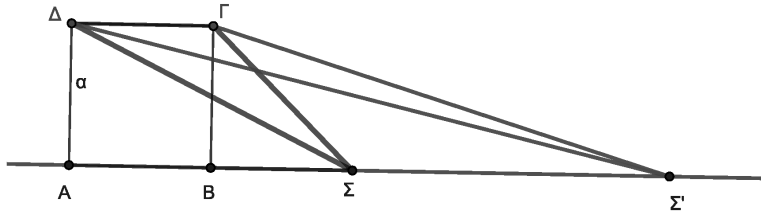
Ο Βρασίδης ζήτησε το λόγο και διατύπωσε τον ισχυρισμό :

«Η περίμετρος και το εμβαδό του τριγώνου  $\Sigma'\Delta\Gamma$  είναι μεγαλύτερα από την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου  $\Sigma\Delta\Gamma$ ».

Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του Βρασίδα:

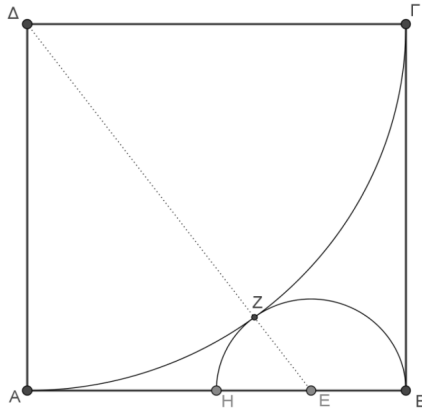
- i. σχετικά με τα εμβαδά των δύο τριγώνων; (Μονάδες 8)
- ii. σχετικά με την περίμετρο των δύο τριγώνων; (Μονάδες 7)

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



### 179 Θέμα 4 – 21595

Στο παρακάτω σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο πλευράς 8. Με κέντρο το  $\Delta$  κατασκευάζουμε το τόξο  $A\Gamma$ . Το ημικύκλιο με διάμετρο  $BH$  εφάπτεται στο τόξο  $A\Gamma$  στο  $Z$  και το  $E$  είναι το κέντρο του ημικυκλίου.



α) Να υπολογίσετε την ακτίνα  $\rho$  του ημικυκλίου.

(Μονάδες 9)

β) Αν  $\rho=2$ , να υπολογίσετε:

- i. Τα εμβαδά του τετραγώνου, του τεταρτοκυκλίου και του ημικυκλίου.

(Μονάδες 7)

- ii. Την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου σχήματος  $AZ\Gamma BZHA$  που βρίσκεται εντός του τετραγώνου  $AB\Gamma\Delta$  και εκτός του ημικυκλίου και του τεταρτοκυκλίου.

(Μονάδες 9)