

ΝΕΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024**261 Θέμα 2 – 18583**

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$.

α)

i. Να βρείτε το ηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$.

(Μονάδες 10)

ii. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$.

(Μονάδες 9)

β) Αν $P(x) = (2x - 1)(x^2 - 4)$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 6)

262 Θέμα 4 – 20859

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 09)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

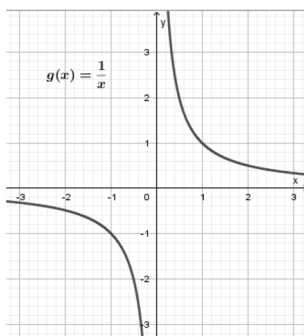
(Μονάδες 05)

γ)

i. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 02)

ii. Αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{x}$ είναι η παρακάτω,



να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Μονάδες 04)

δ) Να λύσετε την εξίσωση: $\left| \frac{1}{f(x)} \right| = 1$.

(Μονάδες 05)

263 Θέμα 4 – 37475

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$. Να αποδείξετε ότι

α) το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x-1)$.

(Μονάδες 6)

β) $P(x) < 0$ για κάθε $x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{2}, 1)$.

(Μονάδες 7)

γ) $\frac{1}{2} < \sigma\upsilon\nu\theta < 1$ για κάθε γωνία $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$.

(Μονάδες 6)

δ) $P(\sigma\upsilon\nu\theta) < 0$ για κάθε γωνία $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$.

(Μονάδες 6)

264 Θέμα 4 – 18713

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 + 2x + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν $P(1) = 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x-2)$ ισούται με 15,

α) Να δείξετε ότι $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$.

(Μονάδες 8)

β)

i. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $\pi(x) = x^2 + 1$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

(Μονάδες 5)

ii. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 5)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\sigma\upsilon\nu^3 x + \sigma\upsilon\nu x = 1 - \frac{1}{2}\eta\mu^2 x$, $x \in (0, 2\pi)$.

(Μονάδες 7)

265 Θέμα 4 – 37476

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$. Να αποδείξετε ότι

α) το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x-1)$.

(Μονάδες 6)

β) $P(x) < 0$ για κάθε $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 2)$.

(Μονάδες 7)

γ) $1 < \log 20 < 2$.

(Μονάδες 6)

δ) $P(\log 20) < 0$.

(Μονάδες 6)

266 Θέμα 4 – 21674

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log \sqrt{10^x - 2}$.

α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι το $A = (\log 2, +\infty)$.

(Μονάδες 07)

β) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \log \sqrt{\frac{10^x}{3}}$, $x \in \mathbb{R}$.

i. Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{\frac{10^x}{3}} = \sqrt{10^x - 2}$ με $x \in (\log 2, +\infty)$.

(Μονάδες 09)

ii. Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων, των συναρτήσεων f και g .

(Μονάδες 09)

267 Θέμα 4 – 21677

Είναι γνωστό ότι όταν κάποιος μελετάει για να συμμετάσχει σε κάποιες εξετάσεις, με την πάροδο του χρόνου δεν συγκρατεί στη μνήμη του το σύνολο όσων μελέτησε. Ένα μοντέλο που δείχνει το ποσοστό $P(t)$ της γνώσης που παραμένει στην μνήμη του t εβδομάδες μετά το τέλος της μελέτης, είναι το μοντέλο Ebbinghaus και περιγράφεται από τον τύπο:

$$P(t) = Q + (100 - Q)e^{-ct}, \quad t \in [0, 40]$$

όπου Q είναι το ποσοστό της γνώσης που θυμάται πάντα και c είναι μια σταθερά που εξαρτάται από το μάθημα. Αν $Q = 40$ και $c = 0,7$ τότε:

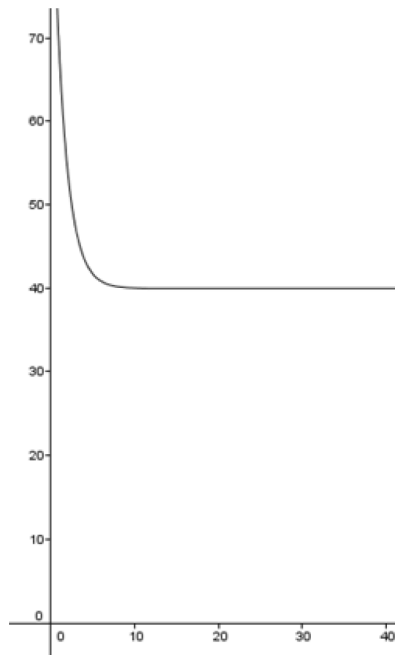
α) Τι δείχνει το $P(0)$ στα πλαίσιο του προβλήματος;

(Μονάδες 6)

β) Μετά από πόσες εβδομάδες θα έχει παραμείνει στην μνήμη του το 50% της γνώσης που απέκτησε.

(Μονάδες 9)

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Με βάση το σχήμα:



γ) Να εκτιμήσετε, με βάση τη γραφική παράσταση, αν μετά από τρεις εβδομάδες θα θυμάται πάνω ή κάτω από το 50% του υλικού που μελέτησε. Η εκτίμησή σας συμφωνεί με το αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος;

(Μονάδες 5)

δ) Πως αιτιολογείται ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης, για μεγάλες τιμές του t , φαίνεται να προσεγγίζει πάρα πολύ την ευθεία $y=40$. Γιατί δεν μπορεί να «κατέβει» κάτω από την ευθεία αυτή;

(Μονάδες 5)

(Θεωρήστε: $\ln 6 = 1,79$)